

Пример решения задачи

Примитивно рекурсивные функции

Задача. Доказать примитивную рекурсивность следующей функции
 $f = xy$

Решение.

Покажем сначала, что функция сложения $f(x,y)=x+y$ – примитивно-рекурсивная функция. Действительно,

$f(x,0) = x + 0 = x$ (функция x здесь это базовая примитивно-рекурсивная функция, сопоставляющая упорядоченному множеству из n переменных m -ую по очереди переменную).

$$f(x,y+1) = x+y+1 = F(x,y,f(x,y)), \text{ где } F(x,y,z) = S(x,y,z)$$

(здесь S – это базовая примитивно-рекурсивная функция, сопоставляющая натуральному числу, число на 1 большее).

Таким образом, $f(x,y) = x+y$ – примитивно-рекурсивна, в силу того, что она получается из базовых примитивно-рекурсивных функций применением оператора примитивной рекурсии.

Покажем теперь, что функция умножения $f(x,y)=xy$ – также примитивно-рекурсивная функция. Действительно,

$f(x,0) = x * 0 = 0$ (функция $O(x)$ – базовая примитивно-рекурсивная функция, всегда возвращающая ноль).

$$F(x,y+1)=x(y+1) = xy + x = F(x,y,f(x,y)), \text{ где } F(x,y,z) =$$

Таким образом, $f(x,y) = xy$ – примитивно-рекурсивна, в силу того, что она получается из базовой (нулевой) и функции суммы (доказали перед этим)

Задача скачана с сайта www.MatBuro.ru

Еще примеры: https://www.matburo.ru/ex_subject.php?p=dm

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике

- примитивно-рекурсивных функций применением оператора примитивной рекурсии. Что и требовалось доказать.