

Модели управления запасами

Пример решения

Задание. Склад пополняется каждый месяц некоторыми изделиями. В течение первых 5 месяцев года объемы пополнения равны соответственно 10, 20, 20, 20 и 30 изделиям. Начальный запас к началу первого месяца равен 10 изделиям. На основании опыта получено распределение спроса на товар, представленное в таблице.

Сдвиг по времени между заказом на пополнение и доставкой на склад равен 6 мес. Издержки в расчете на одно изделие из-за излишка изделий равны 10 ден. ед., а от их нехватки – 120 ден. ед. Найти оптимальное пополнение склада на шестой месяц.

r	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$p(r)$	0,00	0,00	0,01	0,02	0,05	0,08	0,11	0,12	0,14	0,13	0,10
r	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200	>200
$p(r)$	0,08	0,05	0,03	0,02	0,02	0,01	0,01	0,01	0,01	0,00	0,00

Решение:

Суммарные затраты в простой вероятностной модели равны математическому ожиданию. При дискретном случайном спросе среднее значение суммарных затрат равно:

$$\tilde{N}(s) = c_2 \sum_{r=0}^s (s-r)p(r) + c_3 \sum_{r=s+1}^{\infty} (r-s)p(r), \text{ где } r - \text{спрос на изделия, } s - \text{запас}$$

изделий,

c_2 – затраты на приобретение и хранение одного лишнего изделия,

c_3 – издержки дефицита для одного изделия.

Суммарные затраты будут минимальны, если запас s_0 удовлетворяет

неравенствам

$$F(s^* - 1) < \rho < F(s^*), \text{ где } F(s^*) = P(r \leq s) = \sum_{r=0}^s p(r) - \text{функция распределения}$$

спроса r (вероятность того, что спрос $r \leq s$),

$$\rho = \frac{c_3}{c_2 + c_3} - \text{плотность убытков из-за неудовлетворённого спроса.}$$

Для $c_2 = 10$ ден. ед., $c_3 = 120$ ден. ед. плотность убытков равна:

$$\rho = \frac{120}{10 + 120} = 0,923.$$

Находим значения функция распределения спроса. Вероятность для каждого значения величины спроса равна сумме вероятностей при всех меньших или равных значениях спроса.

s	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$F(s)$	0,00	0,00	0,01	0,03	0,08	0,16	0,27	0,39	0,53	0,66	0,76
s	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200	>200
$F(s)$	0,84	0,89	0,92	0,94	0,96	0,97	0,98	0,99	1,00	1,00	1,00

Условию $F(s^* - 1) < 0,923 < F(s^*)$ удовлетворяет $s^* = 140$. Следовательно, оптимальный запас изделий за 6 месяцев должен быть равен 140 изделиям.

Оптимальный объём заказа на шестой месяц найдём по формуле

$$q_n = s^* - \left(s_{H3} + \sum_{i=1}^{n-1} q_i \right), \text{ где } s_{H3} - \text{начальный запас к началу первого месяца;}$$

q_i – пополнение запаса за i -й месяц.

По условию задачи имеем:

Задача скачана с сайта www.MatBuro.ru

Еще примеры: https://www.matburo.ru/ex_emm.php?p1=emmuz

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике

$$s_{из} = 10; \quad q_1 = 10; \quad q_2 = 20; \quad q_3 = 20; \quad q_4 = 20; \quad q_5 = 30.$$

Для $n = 6$ получаем: $q_6 = 140 - (10+10+20+20+20+30) = 140 - 110 = 30.$

Следовательно, оптимальное пополнение склада на шестой месяц составляет 30 изделий.