

Решение задач выполнено на сайте МатБюро <https://www.matburo.ru/>

Сделаем на заказ подробно, недорого, ответственно ваши задания:

https://www.matburo.ru/ex_dm.php?p1=dmkom

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике, программированию

Задача коммивояжера. Пример решения в Excel

Задача 501. Решить задачу коммивояжера:

–	18	40	27	15	4	13	38	15
18	–	33	9	19	26	18	8	35
38	33	–	17	22	14	26	22	11
25	10	15	–	33	22	6	20	5
15	21	21	31	–	10	26	33	27
6	27	16	24	10	–	22	25	32
12	19	26	5	25	21	–	28	20
36	7	24	21	31	27	26	–	13
15	33	10	5	27	32	19	12	–

Решение

1. Математическая модель задачи.

Имеется $n = 9$ городов. Расстояния между любой парой городов i и j известны и составляют c_{ij} (заданы в таблице выше). Коммивояжер выезжает из какого-либо города и должен посетить все города, побывав в каждом только один раз и вернуться в исходный город. Ставится задача определить такую последовательность объезда городов, или маршрут, при которой суммарная длина маршрута была бы минимальной.

Решение задач выполнено на сайте МатБюро <https://www.matburo.ru/>

Сделаем на заказ подробно, недорого, ответственно ваши задания:

https://www.matburo.ru/ex_dm.php?p1=dmkom

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике, программированию

Определим булевы переменные задачи: $x_{ij} = 1$, если коммивояжер переезжает из города i в город j , и $x_{ij} = 0$, если коммивояжер не переезжает из города i в город j .

Тогда задача заключается в определении минимума целевой функции (пройденного расстояния):

$$F(x) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min,$$

при ограничениях:

$$x_{ij} = 0 \text{ или } 1, i, j = 1, 2, \dots, n, i \neq j \quad \text{– коммивояжер или переезжает из города } i \text{ в город } j, \text{ или нет,}$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, j = 1, 2, \dots, n \quad \text{– только один выезд из города,}$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, i = 1, 2, \dots, n \quad \text{– только один въезд в город,}$$

$$u_i - u_j + (n-1)x_{ij} \leq n-2, i, j = 2, \dots, n, i \neq j \quad \text{– специальное условие, обеспечивающее замкнутость маршрутов и отсутствие подциклов (несвязанных между собой).}$$

2. Решение задачи в Excel.

Заполним рабочий лист таблицы Excel согласно математической модели задачи, вводя исходные данные и ограничения задачи. По диагонали вводим произвольное достаточно большое значение 10000, чтобы исключить из решения нулевые по расстоянию переезды, которые хотя и наикратчайшие, в задаче не допустимы.

Получим:

Решение задач выполнено на сайте МатБюро <https://www.matburo.ru/>

Сделаем на заказ подробно, недорого, ответственно ваши задания:

https://www.matburo.ru/ex_dm.php?p1=dmkom

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике, программированию

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1		1	2	3	4	5	6	7	8	9	
2	1										0
3	2										0
4	3										0
5	4										0
6	5										0
7	6										0
8	7										0
9	8										0
10	9										0
11		0	0	0	0	0	0	0	0	0	
12											
13	Целевая функция		0	min		n=	9	n-2=	7		
14											
15	Переменные U_i		0	0	0	0	0	0	0	0	
16											
17	Матрица расстояний между городами										
18		1	2	3	4	5	6	7	8	9	
19	1	1000000	18	40	27	15	4	13	38	15	
20	2	18	1000000	33	9	19	26	18	8	35	
21	3	38	33	1000000	17	22	14	26	22	11	
22	4	25	10	15	100000	33	22	6	20	5	
23	5	15	21	21	31	100000	10	26	33	27	
24	6	6	27	16	24	10	100000	22	25	32	
25	7	12	19	26	5	25	21	100000	28	20	
26	8	36	7	24	21	31	27	26	1000000	13	
27	9	15	33	10	5	27	32	19	12	1000000	
28											
29	Ограничения по дополнительным переменным										
30											
31		0	0	0	0	0	0	0	0		
32		u2	u3	u4	u5	u6	u7	u8	u9		
33	u2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
34	u3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
35	u4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
36	u5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
37	u6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
38	u7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
39	u8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
40	u9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
41											

Рисунок 15. Исходные данные задачи 501. Табличная модель

Наглядно заполнение ячеек табличной формы (формулами) представлено на рисунке ниже.

Решение задач выполнено на сайте МатБюро <https://www.matburo.ru/>

Сделаем на заказ подробно, недорого, ответственно ваши задания:

https://www.matburo.ru/ex_dm.php?p1=dmkom

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике, программированию

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2	1									
3	2									
4	3									
5	4									
6	5									
7	6									
8	7									
9	8									
10	9									
11		=СУММ(B2:B10)	=СУММ(C2:C10)	=СУММ(D2:D10)	=СУММ(E2:E10)	=СУММ(F2:F10)	=СУММ(G2:G10)	=СУММ(H2:H10)	=СУММ(I2:I10)	=СУММ(J2:J10)
12	Целевая функция		=СУММПРОИЗВ(B2:J2)	min		n=	9	n-2=	=G13-2	
14										
15	Переменные U _i	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16										
17	Матрица расстояний									
18		1	2	3	4	5	6	7	8	9
19	1	1000000	18	40	27	15	4	13	38	15
20	2	18	1000000	33	9	19	26	18	8	35
21	3	38	33	1000000	17	22	14	26	22	11
22	4	25	10	15	100000	33	22	6	20	5
23	5	15	21	21	31	=E22	10	26	33	27
24	6	6	27	16	24	10	=F23	22	25	32
25	7	12	19	26	5	25	21	=G24	28	20
26	8	36	7	24	21	31	26	26	1000000	13
27	9	15	33	10	5	27	32	19	12	1000000
28										
29	Ограничения по де									
30										
31		=C15	=D15	=E15	=F15	=G15	=H15	=I15	=J15	
32		u2	u3	u4	u5	u6	u7	u8	u9	
33	u2	=S\$J33-\$B\$31+8*C3	=S\$J33-\$C\$31+8*D3	=S\$J33-\$D\$31+8*E3	=S\$J33-\$E\$31+8*F3	=S\$J33-\$F\$31+8*G3	=S\$J33-\$G\$31+8*H3	=S\$J33-\$H\$31+8*I3	=S\$J33-\$I\$31+8*J3	=B31
34	u3	=S\$J34-\$B\$31+8*C4	=S\$J34-\$C\$31+8*D4	=S\$J34-\$D\$31+8*E4	=S\$J34-\$E\$31+8*F4	=S\$J34-\$F\$31+8*G4	=S\$J34-\$G\$31+8*H4	=S\$J34-\$H\$31+8*I4	=S\$J34-\$I\$31+8*J4	=C31
35	u4	=S\$J35-\$B\$31+8*C5	=S\$J35-\$C\$31+8*D5	=S\$J35-\$D\$31+8*E5	=S\$J35-\$E\$31+8*F5	=S\$J35-\$F\$31+8*G5	=S\$J35-\$G\$31+8*H5	=S\$J35-\$H\$31+8*I5	=S\$J35-\$I\$31+8*J5	=D31
36	u5	=S\$J36-\$B\$31+8*C6	=S\$J36-\$C\$31+8*D6	=S\$J36-\$D\$31+8*E6	=S\$J36-\$E\$31+8*F6	=S\$J36-\$F\$31+8*G6	=S\$J36-\$G\$31+8*H6	=S\$J36-\$H\$31+8*I6	=S\$J36-\$I\$31+8*J6	=E31
37	u6	=S\$J37-\$B\$31+8*C7	=S\$J37-\$C\$31+8*D7	=S\$J37-\$D\$31+8*E7	=S\$J37-\$E\$31+8*F7	=S\$J37-\$F\$31+8*G7	=S\$J37-\$G\$31+8*H7	=S\$J37-\$H\$31+8*I7	=S\$J37-\$I\$31+8*J7	=F31
38	u7	=S\$J38-\$B\$31+8*C8	=S\$J38-\$C\$31+8*D8	=S\$J38-\$D\$31+8*E8	=S\$J38-\$E\$31+8*F8	=S\$J38-\$F\$31+8*G8	=S\$J38-\$G\$31+8*H8	=S\$J38-\$H\$31+8*I8	=S\$J38-\$I\$31+8*J8	=G31
39	u8	=S\$J39-\$B\$31+8*C9	=S\$J39-\$C\$31+8*D9	=S\$J39-\$D\$31+8*E9	=S\$J39-\$E\$31+8*F9	=S\$J39-\$F\$31+8*G9	=S\$J39-\$G\$31+8*H9	=S\$J39-\$H\$31+8*I9	=S\$J39-\$I\$31+8*J9	=H31
40	u9	=S\$J40-\$B\$31+8*C10	=S\$J40-\$C\$31+8*D10	=S\$J40-\$D\$31+8*E10	=S\$J40-\$E\$31+8*F10	=S\$J40-\$F\$31+8*G10	=S\$J40-\$G\$31+8*H10	=S\$J40-\$H\$31+8*I10	=S\$J40-\$I\$31+8*J10	=I31

Рисунок 16. Табличная модель с представленными формулами

Выполняем поиск оптимального решения с помощью надстройки Сервис ⇒ Поиск решений. На рисунках ниже показан порядок действий:

Решение задач выполнено на сайте МатБюро <https://www.matburo.ru/>

Сделаем на заказ подробно, недорого, ответственно ваши задания:

https://www.matburo.ru/ex_dm.php?p1=dmkom

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике, программированию

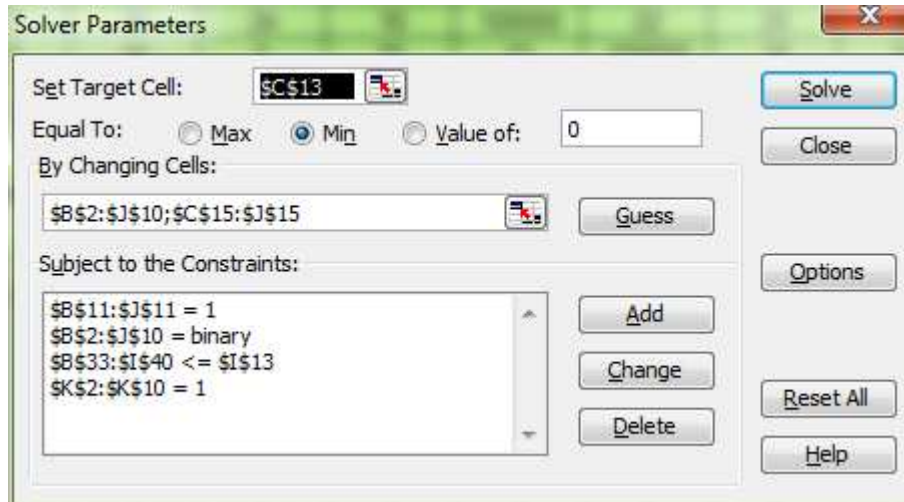


Рисунок 17. Диалоговое окно надстройки Поиск решения

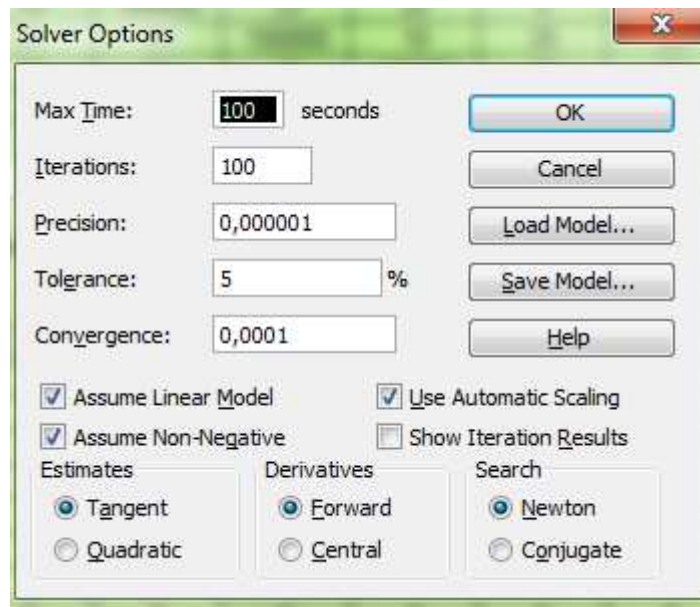


Рисунок 18. Диалоговое окно надстройки Поиск решения - Настройки

Решение задач выполнено на сайте МатБюро <https://www.matburo.ru/>

Сделаем на заказ подробно, недорого, ответственно ваши задания:

https://www.matburo.ru/ex_dm.php?p1=dmkom

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике, программированию

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1		1	2	3	4	5	6	7	8	9	
2	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
3	2	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
4	3	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
5	4	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
6	5	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1
7	6	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
8	7	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
9	8	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
10	9	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
11		1	1	1	1	1	1	1	1	1	
12											
13	Целевая функция		92	min		n=	9	n-2=	7		
14											
15	Переменные U_i		5	2	6	1	0	7	4	3	
16											
17	Матрица расстояний между городами										
18		1	2	3	4	5	6	7	8	9	
19	1	1000000	18	40	27	15	4	13	38	15	
20	2	18	1000000	33	9	19	26	18	8	35	
21	3	38	33	1000000	17	22	14	26	22	11	
22	4	25	10	15	100000	33	22	6	20	5	
23	5	15	21	21	31	100000	10	26	33	27	
24	6	6	27	16	24	10	100000	22	25	32	
25	7	12	19	26	5	25	21	100000	28	20	
26	8	36	7	24	21	31	27	26	1000000	13	
27	9	15	33	10	5	27	32	19	12	1000000	
28											
29	Ограничения по дополнительным переменным										
30											
31		5	2	6	1	0	7	4	3		
32		u_2	u_3	u_4	u_5	u_6	u_7	u_8	u_9		
33	u_2	0	3	7	4	5	-2	1	2	5	
34	u_3	-3	0	-4	1	2	-5	-2	7	2	
35	u_4	1	4	0	5	6	7	2	3	6	
36	u_5	-4	7	-5	0	1	-6	-3	-2	1	
37	u_6	-5	-2	-6	7	0	-7	-4	-3	0	
38	u_7	2	5	1	6	7	0	3	4	7	
39	u_8	7	2	-2	3	4	-3	0	1	4	
40	u_9	-2	1	-3	2	3	-4	7	0	3	

Рисунок 19. Решение задачи коммивояжера

3. Вывод.

Оптимальный путь коммивояжера найден (обозначен 1 переезд из города в город). Схематичный путь:

Решение задач выполнено на сайте МатБюро <https://www.matburo.ru/>

Сделаем на заказ подробно, недорого, ответственно ваши задания:

https://www.matburo.ru/ex_dm.php?p1=dmkom

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике, программированию

1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
2	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
3	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
4	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
5	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1
6	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
7	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
8	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
9	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1	

Рисунок 20. Решение задачи коммивояжера. Путь между городами

Минимальное пройденное расстояние равно 92.